

Het 6E-model: een compromis tussen positivistisch en constructivistisch wiskundeonderwijs?

Al twintig jaar woedt een didactische polarisatie in het wiskundeonderwijs in Nederland en Vlaanderen. Een analyse voor het secundair/voortgezet onderwijs via twee kernvragen laat toe een compromisvisie te formuleren, die pluspunten van de beide heersende paradigma's verenigt. Deze zogenaamde constructivistische instructie wordt concreet gemaakt in het 6E-model, een instructiemodel dat een handvat biedt aan leraren en student-leraren om effectief en motiverend wiskundeonderwijs te realiseren. Dit model verenigt - enigszins verrassend - contextrijke motivatie, contextvrije vastzetting van de inhoud, leerkrachtgestuurde instructie, constructivistische leerstrategieën en activerende werkvormen.

Twee visies op wiskundeonderwijs

Het wiskundeonderwijs op de secundaire school wordt de laatste twee decennia getekend door een fundamenteel didactisch meningsverschil. Er bestaat wel een zekere eensgezindheid over de afbouw van de zogenaamde moderne wiskunde, die ondertussen van het toneel is verdwenen, maar allerm minst over het alternatief. Er ontstonden twee strekkingen met quasi-onverzoenbare meningen over wiskundeonderwijs: de positivistische visie en de socio-constructivistische visie. In de positivistische aanpak staat de leerinhoud centraal. Het schoolvak wiskunde is een afspiegeling van de wiskunde als wetenschappelijke discipline. Dit impliceert een axiomatische opbouw en het maken van bewijzen. De aanpak is vaak klassikaal, waarbij de leraar het onderwijsleerproces sterk stuurt. De positivistische wiskundeleraar heeft veel aandacht voor correcte wiskundetaal en voor formule- en rekenvaardigheid. Hij wil het instrumentarium van de leerlingen vergroten en daarom expliciteert hij resultaten in de vorm van eigenschappen en consolideert hij vaardigheden via repetitieve oefeningen. De positivistische aanpak wordt wel eens verweten saai en niet-motiverend te zijn.

In de socio-constructivistische aanpak worden leerlingen gestimuleerd om zo zelfstandig mogelijk de leerinhouden te herontdekken. Zij lossen problemen op die geformuleerd zijn binnen een vakoverschrijdend of maatschappelijk relevant kader (een zogenaamde realistische context). Het persoonlijke zoekproces is daarbij belangrijker dan het resultaat en verschillende oplossingsmethoden zijn daarom per definitie gelijkwaardig. De socio-constructivistische wiskundeleraar gebruikt vaak niet-klassikale werkvormen, stimuleert ICT-gebruik en peer-instruction, doorbreekt de schotten tussen algebra en meetkunde en geeft zijn leerlingen de vrijheid om hun eigen leerproces te sturen. Hij streeft probleemoplossende vaardigheden en de onderzoekscompetenties na. De socio-constructivistische aanpak wordt wel eens verweten minder sterke leerlingen onvoldoende houvast te bieden en sterke leerlingen onvoldoende voor te bereiden op het tertiair onderwijs.

In Nederland werd het socio-constructivistische gedachtegoed van het Freudenthal-instituut grootschalig geïmplementeerd: de leerling werd een onderzoeker, die de wiskunde zelfsturend herontdekt. De vraag naar de meer klassieke aanpak en naar meer aandacht voor rekentechnieken klonk echter jaar na jaar luider. Ze leidde tot het opgemerkt studentenprotest Lieve Maria (2006), tot discussies in de media en zelfs tot de Commissie Parlementair Onderzoek Onderwijsvernieuwingen (de commissie-Dijsselbloem, 2008). Recent werden de eindexamenprogramma's wiskunde aangepast, maar de eendracht over de didactische aanpak is nog steeds ver zoek.

In Vlaanderen is de situatie net omgekeerd. Het positivistische wiskundeonderwijs is er nog lang niet verdwenen. Het socio-constructivisme sijpelt zonder poeha mondjesmaat binnen. Nochtans staan ook in Vlaanderen

AUTEUR(S)

Bart Windels,
Karel de Grote-
Hogeschool, Antwerpen

beide strekkingen vaak lijnrecht tegenover elkaar. Dit leidt tot onopgeloste discussies binnen vakgroepen, tot compromis-leerplannen, tot grote verschillen tussen leerboeken en tot een heterogeniteit onder scholen.

Het is niet de bedoeling in dit artikel een standpunt over de positivistische aanpak of de socio-constructivistische aanpak in te nemen. Integendeel, een eerste doel is net de polarisatie te demythologiseren, door in te zoomen op de essentiële aspecten van het dispuut. Een tweede doel bestaat erin wetenschappelijk aange- toonde pluspunten van beide visies te laten convergeren naar een instructiemodel.

Het doel is de polarisatie tussen de positivistische en de socio-constructivistische aanpak te demythologiseren.

De ontologische en de epistemologische dimensie

De grote verschillen tussen de positivistische aanpak en de socio-constructivistische aanpak zijn emanaties van een meningsverschil over slechts twee fundamentele vragen: 'Wat is het schoolvak wiskunde?' en 'Hoe leert een leerling wiskunde?'.

Op de vraag 'Wat is het schoolvak wiskunde?', de zogenaamde ontologische vraag, zijn twee extreme antwoorden mogelijk. Voor sommigen is de wiskunde een verzameling van feiten - definities en eigenschappen - die kunnen worden ingezet om de wereld rondom ons beter te begrijpen. Dit noemt men wel eens de statische ontologische visie op wiskunde; ze focust voornamelijk op kennis- en inzichtdoelen. Voor anderen is de wiskunde een ontdekkingstocht,

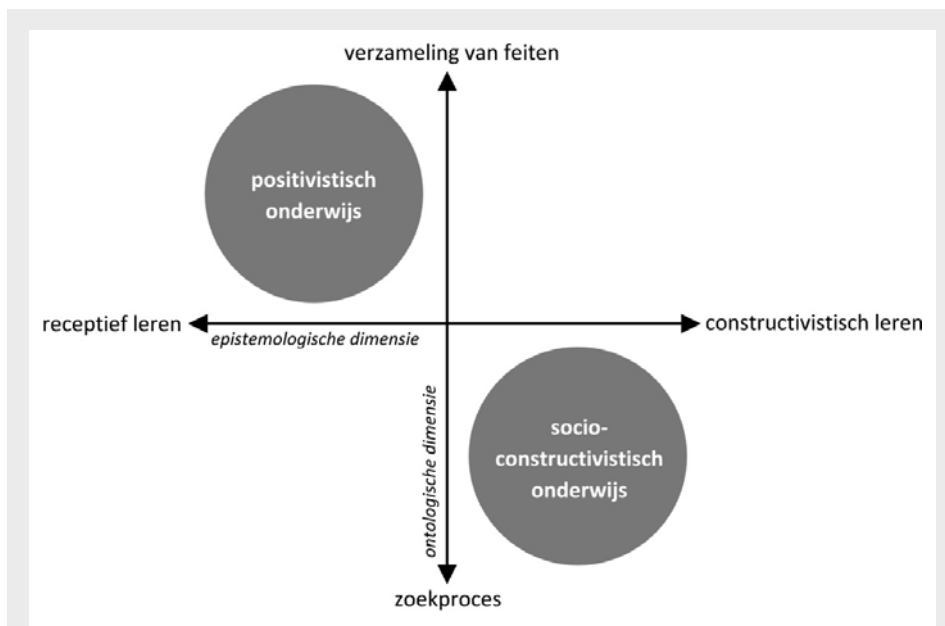
een onderzoeksproces of zoals Simon Stevin het vakgebied benoemde, de wisconst: de kunst van het redeneren. Dit noemt men wel eens de dynamische ontologische visie op wiskunde; ze focust voornamelijk op vaardigheden en competenties. De ontologische dimensie is in de praktijk een continuüm, waarbij men beide definities van wiskunde in meer of mindere mate aanhangig kan zijn.

Op de vraag 'Hoe leert een leerling wiskunde?', de zogenaamde epistemologische vraag, zijn opnieuw twee extreme antwoorden mogelijk. Volgens sommigen zullen leerlingen het best leren als zij de inhouden zo transparant mogelijk door de leraar aangeboden krijgen: zij leren dus receptief. De rol van de leerling is die van een passieve doch aandachtige luisteraar of kijker; de leraar is de strenge regisseur van het onderwijsleerproces. Volgens anderen zullen leerlingen het best constructivistisch leren: op basis van wat ze al kennen, zoeken ze hun eigen antwoorden op nieuwe problemen en bouwen zo zelfstandig hun wiskundekennis stapsgewijs op. Hierbij is de rol van de leerling actief en zelfsturend; de rol van de leraar is die van coach 'met de handen op de rug'. Deze epistemologische dimensie is opnieuw een continuüm waarbij beide vormen van leren in meer of mindere mate aanwezig kunnen zijn.

Door combinatie van de ontologische en de epistemologische vraag, komen vier verschillende visies op wiskundeonderwijs aan het licht. Met het oogpunt op een klare discussie en op een eventueel compromis, is het bijzonder sneu dat in de praktijk meestal maar twee visies herkenbaar zijn. Vaak wordt de ontologische dimensie die wiskunde als een verzameling van feiten beschouwt, spontaan geassocieerd met de epistemologische dimensie van het receptief leren: de leraar als aanbrenger van veel feitenkennis. Zo ontstaat het beeld van zuiver positivistisch wiskundeonderwijs, dat hierboven werd geschetst. Op dezelfde manier wordt de ontologische dimensie van wiskunde als onderzoeksproces vaak spontaan in ver-

band gebracht met constructivistisch leren: de leraar als coach van een individuele zoektocht. Zo ontstaat het beeld van zuiver socio-constructivistisch wiskundeonderwijs, dat hierboven werd toege- licht.

Figuur 1 illustreert de polarisatie. De verticale as drukt de ontologische dimensie uit. De horizontale as stelt de epistemologische dimensie voor. De twee assen samen vormen een tweedimensionale voorstelling (Schraw & Olafson 2008), waarop het positivistisch en het socio-constructivistisch onderwijs kunnen worden gepositi- oneerd.



Figuur 1 De positie van positivistisch en socio-constructivistisch onderwijs binnen de ontologische en de epistemologische dimensie

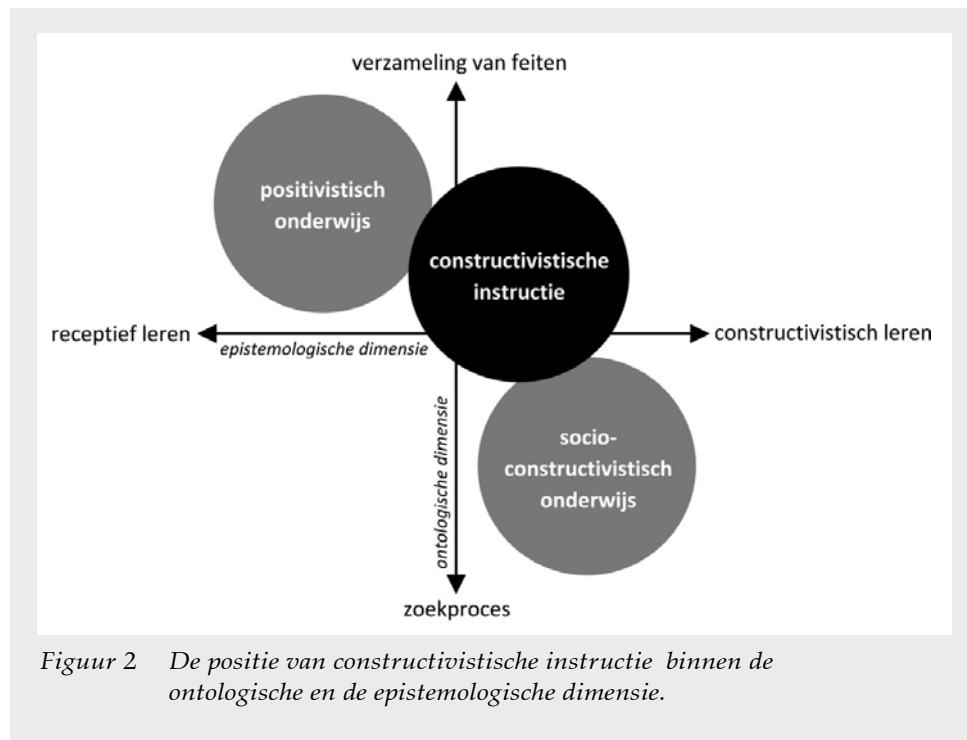
Constructivistische instructie

De twee lege kwadranten en de afwezigheid van een onderwijsvisie in het centrum van de figuur vormen een flagrante illustratie van het bestaan van een meer gematigde 'derde weg'. Een mogelijk alternatief, dat we constructivistische instructie zullen noemen, steunt op de volgende peilers:

- het leren gebeurt constructivistisch, maar wordt door de leraar gestuurd;
- kennis, inzicht en vaardigheden vormen het doel, maar er is ruime aandacht voor het onderzoeksproces om nieuwe inhoud geleid te herontdekken;
- realistische contexten worden als belangrijk motiverend element gebruikt, maar de inhoud wordt contextvrij geëxpliciteerd en geconsolideerd.

Constructivistische instructie combineert het constructivistisch leren met leerkrachtgestuurde werkvormen.

De keuze voor inhoud als doel en voor het contextvrij consolideren ervan, inclusief repetitieve training van rekenvaardigheden, wordt gemotiveerd door de adviezen van de commissie-Dijsselbloem (Dijsselbloem 2008) en van de Resonansgroep Wiskunde (van de Craats 2008) in Nederland en de adviezen van de SOHO-overleggroep wiskunde (Beirlant 2010) in Vlaanderen. De keuze voor constructief (en dus controleerbaar actief) leren en voor motivering van de les vanuit een realistische context, beoogt de verhoging van het leerlingenwelbevinden (o.m. Hamer 2010). De keuze om dit constructivistisch leren stricto sensu en dus contextvrij te implementeren, wordt gemotiveerd door onderzoek in de cognitieve psychologie (o.m. Kirschner 2006). Volgens recente inzichten is het werkgeheugen van de leerling immers niet uitgerust om efficiënt in een probleemgebaseerde context te redeneren. Bovendien leidt zo'n intensief gebruik van het werkgeheugen niet tot het vastzetten van kennis in het langetermijngeheugen. De onverwachte keuze voor leraargestuurde werkvormen wordt opnieuw gemotiveerd door aperte onderzoeksresultaten uit de cognitieve psychologie (o.m. Mayer 2004). Die worden, voor het vak wis-



Figuur 2 De positie van constructivistische instructie binnen de ontologische en de epistemologische dimensie.

kunde, bevestigd door Vlaams pedagogisch onderzoek (Opdenakker 2004). Figuur 2 illustreert de positie van constructivistische instructie op de ontologische en epistemologische dimensie. Constructivistische instructie combineert dus het constructivistisch leren, de aandacht voor onderzoekscompetenties en het gebruik van realistische contexten uit de socio-constructivistische benadering, enerzijds, met de aandacht voor de abstracte leerinhouden, de repetitieve training van vaardigheden en de leerkrachtgestuurde werkvormen uit de positivistische benadering, anderzijds.

Het 6E-model

De aanpak via constructivistische instructie kan worden geconcretiseerd met het 6E-model. Het model wordt toegepast om één nieuw begrip of één nieuwe eigenschap aan te brengen. Het 6E-model is dus geen lesmodel, in die zin dat in één lestijd de zes leerstappen uit het 6E-model soms verschillende keren worden doorlopen. Elk van de zes leerstappen in het model neemt tussen één en tien minuten in beslag, naargelang van het onderwerp en van de didactische keuzes van de leraar.

De keuze voor leerstappen is een welbekend fenomeen, dat zelfs in de socio-constructivistische visie frequent voorkomt (o.a. Driver & Oldham 1986). Bovendien is een didactische fasering onontbeerlijk om tot constructivistische instructie te komen: enerzijds, om de contextgebonden aanpak (leerstap E2) en de contextvrije aanpak (leerstappen E4, E5 en E6) tastbaar te compartimenteren en anderzijds, om de sturende leraar te verplichten het constructivistisch leren te accommoderen (leerstappen E1, E3, E4 en E5). In wat volgt geven we een beschrijving van elk van de zes leerstappen en illustreren elke leerstap aan de hand van twee voorbeelden.

Leerstep E1. Evalueren van de begincompetenties

Tijdens deze leerstep worden de leerlingen door herhaling van relevante leerinhouden voorbereid op het leerproces. Immers, het voortbouwen op bestaande kennis kan pas efficiënt plaatsvinden, als die voorkennis wordt opgefrist en waar nodig geremedieerd.

Voorbeeld A. (We volgen dit voorbeeld in elke leerstep.)

Het lesdoel is: de leerlingen kunnen de eigenschappen van omtrekshoeken in een cirkel formuleren, bewijzen en toepassen. Enkele leerlingen organiseren gedurende 2 minuten een quiz (die ze thuis voorbereidden) met snelle oefeningen over twee eigenschappen: de basishoeken in een gelijkbenige driehoek zijn gelijk en een buitenhoek van een driehoek is gelijk aan de som van de twee niet-aanliggende binnenhoeken. De leraar laat de leerlingen aan de hand van waarom-vragen bij de quizvragen de eigenschappen in correcte wiskundetaal formuleren.

Voorbeeld B. (We volgen nog een tweede voorbeeld).

Het lesdoel is: de leerlingen kunnen de eigenschap in verband met macht van een product formuleren, bewijzen en toepassen. De leraar laat de leerlingen de definitie van macht van een geheel getal formuleren:

als $a \in \mathbb{Z}$ en $n \in \mathbb{N}_0$

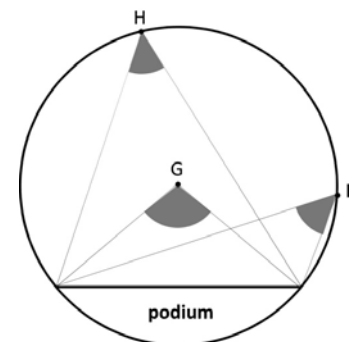
dan is $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factoren}}$

Leerstep E2. Engageren

Tijdens deze leerstep wordt de interesse en het engagement van de leerlingen opgewekt. De leerlingen ontdekken een motivatie voor de les. Eender welke activiteit waarvan de leraar oordeelt dat ze motivatieverhogend zal werken, kan plaatsvinden in deze leerstep. Indien mogelijk kadert de leraar het onderwerp in een realistische of vakoverschrijdende context. De leraar kan de leerlingen ook een uitdagende probleemstelling (teaser) voorleggen, die op dit moment van de les nog niet kan worden opgelost. Nog andere mogelijkheden zijn het kaderen van het onderwerp binnen een groter leerstofgeheel of in een historische context, het geven van een boeiende demonstratie, enzovoort.

Voorbeeld A (vervolg). De leraar legt volgende realistische situatie voor en lokt daarover een klasdiscussie uit (zonder tot de oplossing te komen). "Henk en Ingrid gaan naar een concert in een concertzaal die een cirkelvormig bovenaanzicht heeft. In het midden van de zaal zit een geluidstechnicus (zie figuur 3). Wie kan het podium onder de grootste hoek zien? Wie ziet het podium onder de kleinste hoek?"

Voorbeeld B (vervolg). De leraar daagt de leerlingen uit om binnen de 10 seconden $2^9 \cdot 5^9$ te berekenen, zonder rekentoestel. (Dit lukt hopelijk niet.)



Leerstep E3. Exploreren

Tijdens deze leerstep worden nieuwe begrippen, concepten of eigenschappen aan de hand van concrete voorbeelden onderzocht of ontdekt. Via voornamelijk gesloten vragen ontdekken de leerlingen een nieuwe leerinhoud op basis van wat ze al kennen en kunnen. De leraar neemt de rol op van coach en stelt nagenoeg alleen vragen. Hij zet aan tot coöperatief leren. Eventueel voert hij zinvolle terminologie in, waardoor de leerlingen vlotter met elkaar kunnen communiceren over de conclusies van hun verkenning.

Voorbeeld A. De leerlingen meten op de bovenstaande figuur onder welke hoek de geluidstechnicus (G), Henk (H) en Ingrid (I) het podium kunnen zien. De leerlingen trekken een voorlopige conclusie: de hoeken van Henk en van Ingrid zijn even groot, die van de geluidsmen het dubbele daarvan. Indien het de verwoording door de leerlingen faciliteert, voert de leraar de terminologie omtrekshoek en middelpuntshoek in, maar hij stuurt voorlopig niet aan op een explicitering van de eigenschap.

Voorbeeld B. In een onderwijsleergesprek maken de leerlingen een tweetal berekeningen van de volgende vorm

$$\begin{aligned} (-2 \cdot 7)^3 &= (-2 \cdot 7) \cdot (-2 \cdot 7) \cdot (-2 \cdot 7) && \text{(definitie macht)} \\ &= (-2) \cdot 7 \cdot (-2) \cdot 7 \cdot (-2) \cdot 7 && \text{(associativiteit \cdot in } \mathbb{Z} \text{)} \\ &= (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 && \text{(commutativiteit \cdot in } \mathbb{Z} \text{)} \\ &= (-2)^3 \cdot 7^3 && \text{(definitie macht)} \end{aligned}$$

De leerlingen zoeken en motiveren hierbij elke stap vanuit hun voorkennis.

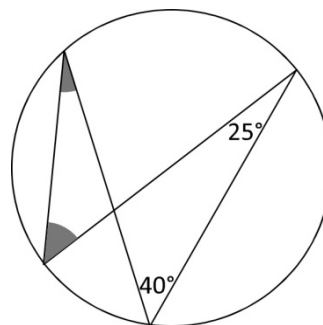
Leerstep E4. Empirische kennis toepassen

Tijdens deze leerstep passen de leerlingen hun zopas verworven intuïtieve of empirische kennis van de begrippen, concepten of eigenschappen toe in eenvoudige contextvrije opgaven.

Voorbeeld A. De leerlingen maken per twee de volgende oefening: bepaal in figuur 4 de aangeduide hoeken.

Een formele motivatie van het antwoord is niet nodig (en op dit moment nagenoeg onmogelijk, omdat de leerlingen slechts empirische kennis ter beschikking hebben.)

Voorbeeld B. De leerlingen geven een tweetal voorbeelden van de vorm $(11 \cdot 8)^6 = 11^6 \cdot 8^6$ of omgekeerd, zonder tussenstappen en zonder formele motivatie.



Leerstep E5. Expliciteren

Tijdens deze leerstep wordt door de leerlingen van begrippen en concepten een definitie gegeven en worden eigenschappen geformuleerd en bewezen.

Voorbeeld A. Via waarom-vragen bij de oefening uit de vorige leerstep E4 (empirische kennis toepassen), ontlokt de leraar bij de leerlingen de formulering 'Omtrekshoeken op dezelfde boog zijn gelijk.' In een onderwijsleergesprek vinden de leerlingen het bewijs, gebruik makend van de eigenschappen die in leerstep E1 (evalueren van de begincompetenties) werden opgefrist.

Voorbeeld B. Via een waarom-vraag bij leerstep E4 (empirische kennis toepassen), vinden de leerlingen: 'De macht van een product is gelijk aan het product van de machten van de factoren'. Eventueel abstraheren zij ook de voorbeelden uit leerstep E3 (exploreren) tot een bewijs voor willekeurige $a, b \in \mathbb{Z}$ en: $n \in \mathbb{N}_0$

$$\begin{aligned}(a \cdot b)^n &= \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}_{n \text{ factoren}} && \text{(definitie macht)} \\ &= \underbrace{a \cdot b \cdot a \cdot b \cdot \dots \cdot a \cdot b}_{2n \text{ factoren}} && \text{(associativiteit \cdot in } \mathbb{Z} \text{)} \\ &= \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factoren}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n \text{ factoren}} && \text{(commutativiteit \cdot in } \mathbb{Z} \text{)} \\ &= a^n \cdot b^n && \text{(definitie macht)}\end{aligned}$$

Leerstep E6. Eindcompetenties consolideren

Tijdens deze leerstep worden de aangeleerde begrippen, concepten en eigenschappen toegepast. De nieuwe kennis en de nieuwe vaardigheden worden ingeoeffend. De leerlingen evalueren hun eigen leerwinst.

Voorbeeld A. De leerlingen maken oefeningen gelijkaardig aan de oefening in leerstep E4 (empirische kennis toepassen). Echter, de antwoorden moeten nu wel formeel worden gemotiveerd vanuit de eigenschap die in leerstep E5 (expliciteren) werd geëxpliciteerd.

Voorbeeld B. De leerlingen herbekijken de (nog onopgeloste) probleemstelling uit leerstep E2 (engageren). Zij vinden nu: $2^9 \cdot 5^9 = (2 \cdot 5)^9 = 10^9 = 1\,000\,000\,000$.

Steekkaart: het 6E-model samengevat

Op volgende pagina is een steekkaart van het 6E-model opgenomen, waarin wordt samengevat wat de rol van leraar en leerling bij elke leerstep inhoudt. Binnen het 6E-model heeft de leraar nog veel didactische vrijheid. In het bijzonder is er nog een grote variatie van de werkvormen mogelijk. Zo zijn bege-

leid zelfstandig leren in leerstep E3 (exploreren), zelfstandig werk in E4 (empirische kennis toepassen), peer-instructie in leerstep E5 (expliciteren) of groepswork in leerstep E6 (eindcompetenties consolideren) evidente en valabele alternatieven voor het onderwijsleergesprek. Echter, doceren - in het bijzonder in leerstep E5 (expliciteren) - zou het constructivistisch leren zwaar ondernemen.

Het 6E-model implementeert het learn by example paradigma, net zoals de in Nederland en Vlaanderen bekende OSAEV-structuur (van Dormolen 1974: oriënteren, sorteren, abstraheren, expliciteren, verwerken). In vergelijking met de abstraheerfase (A) in OSAEV, beschrijft het 6E-model in leerstap E4 (empirische kennis toepassen) een concretere en voor student-leraren dus meer transparante overgang van het concrete naar het abstracte. Bovendien neemt het 6E-model een standpunt in over welke leerstapen binnen een realistische context dienen te worden geplaatst en welke niet. Het 6E-model impliceert ook duidelijker leerlinggerichte en activerende werkvormen en focust expliciet op het engageren van de leerling.

Het 6E-model kan niet worden bekeken als een uitbreiding op het 5E-model (Bybee 1989: engage, explore, explain, elaborate, evaluate), dat vooral in het wetenschapsonderwijs in de Verenigde Staten gevolgd wordt. Het 5E-model, dat bedoeld is voor bètavakken zoals fysica en scheikunde, incorporeert immers geen abstrahering van concepten of begrippen. Het voorziet bovendien geen expliciteringsfase, hetgeen in een wiskundecontext essentieel is. Het 5E-model voorziet dan weer wel een elaborate fase (uitweidingsfase), hetgeen in tegenspraak is met de constructivistische visie op leren in het 6E-model.

Het 6E-model leunt - wat de macrostructuur betreft - dan weer wel nauw aan bij de ORADIC-structuur uit de vakdidactiek Frans (o.a. Bertocchini 2007 : orientation, recherche, abstraction, délimitation, intégration, conclusion).

Binnen het 6E-model is de student-leraar sneller geneigd om activerende werkvormen of spelvormen te gebruiken.

Ervaringen in de lerarenopleiding: pluspunten en valkuilen

Gedurende drie academiejaren (van 2008 tot 2011) werd het 6E-model aangeboden aan een honderdtal studenten in de lerarenopleiding (professionele bachelor) aan de Karel de Grote-Hogeschool in Antwerpen. Lesfasen waarbij nieuwe concepten, begrippen of eigenschappen worden aangebracht, structureren de student-leraren consequent volgens het 6E-model.

Uit de 2200 lessen die door deze studenten werden voorbereid en gerealiseerd, blijken onder meer de volgende voordelen:

- de student-leraar heeft een houvast, waardoor hij op voorhand weet dat de les zal leiden tot een aantoonbare leerwinst;
- leerlingen ervaren de lessen als duidelijk, goed gestructureerd en leuk;

- de student-leraar werkt meer leerboekonafhankelijk: het leerboek wordt een hulpmiddel, de student-leraar is de regisseur van het onderwijsleerproces;
- de student-leraar is sneller geneigd om creatieve momenten in te lassen en om activerende werkvormen of spelvormen te gebruiken: door het model gaat de gestructureerde lesopbouw immers niet verloren;
- de student-leraar die het 6E-model onder de knie heeft, maakt zijn lesvoorbereidingen sneller en zelfstandiger; hij kan didactisch beter improviseren en kan sterker reageren op vragen van leerlingen.

De aanpak via het 6E-model vertoont ook enkele valkuilen:

- student-leraren staan kritisch ten opzichte van het model: de meerderheid van de studenten ervaart het model pas na enkele succesvolle lessen als een ondersteuning;
- het model is niet eenvoudig voor beginnende student-leraren: in het begin gaat het maken van lesvoorbereidingen moeizaam en is veel individuele feedback nodig;
- student-leraren hebben de neiging elk van de zes fasen te gedetailleerd uit te werken, met een ongewenste vertraging van het lestempo als gevolg;
- een groep stagementoren staat niet open voor lessen die volgens het 6E-model zijn geconstrueerd. Gelukkig is de groep van enthousiaste mentoren veel groter.

Besluit

De pleitbezorgers van positivistisch onderwijs en van socio-constructivistisch onderwijs kunnen zich beroepen op een lange traditie en op wetenschappelijk onderzoek dat hun visie onderbouwt. Er zijn echter ook wetenschappelijk bewezen tegenkanten, hetgeen het zinvol maakt een 'derde weg' te overwegen. Een alternatief is de constructivistische instructie, die het kleinste gemene veelvoud vormt van de pluspunten van het positivisme en van het socio-constructivisme. Dit paradigma steunt op constructivistisch maar leraargestuurd leren, contexten als engagering en een contextvrije explicitering en vastzetting van de inhoud. Het 6E-model is een praktisch stappenplan om via constructivistische instructie effectieve en motiverende wiskundelessen op te bouwen. Hoewel de leercurve van het 6E-model voor de meeste studenten in de lerarenopleiding eerder steil is, ervaart de getrainde student-leraar het model als een concrete ondersteuning bij het motiverend en didactisch doeltreffend lesgeven.

REFERENTIES

- Beirlant, J., De Clerck, F. e.a. (2010). *Wiskundeonderwijs in Vlaanderen. Naar een betere doorstroming van SO naar HO*. SOHO-overleggroep Wiskunde.
- Bertocchini, P., & Costanzo, E. (2007). *Manuel de formation pratique pour le professeur de FLE*. Parijs: CLE International.

- Bybee, R.W. et al. (1989). *Science and technology education for the elementary years: Frameworks for curriculum and instruction*. Washington, D.C.: The National Center for Improving Instruction.
- Craats, J. van de (2008). *Commentaar van de Resonansgroep Wiskunde op de concept-examenprogramma's 2011 van cTWO van 10 januari 2008*. Resonansgroep Wiskunde.
- Dijsselbloem J.R.V.A. e.a. (2008). *Tijd voor onderwijs, Eindrapport van de Commissie Parlementair Onderzoek Onderwijsvernieuwingen, Tweede Kamer der Staten-Generaal*. Den Haag: Sdu uitgevers.
- Dormolen J. van (1974). *Didactiek van de wiskunde*. Oostgeest: Oosthoek's Uitgeversmaatschappij
- Driver, R., & Oldham, V. (1986). A constructivist approach to curriculum development in science. *Studies in Science Education* 13, pp. 5-12.
- Hamer, R. (2010). *Tien didactische aandachtspunten voor de bètavakken op de havo*. Den Haag: Platform Bèta Techniek.
- Kirschner P.A., Sweller J., & Clark R.E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: an analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist* 41(2), 75-86.
- Mayer, R. E. (2004). Should there be a three strikes rule against pure discovery? The case for guided methods of instruction. *American Psychologist*, 59(1), 14-19.
- Opendakker, M.C. (2004). *Leerling in Wonderland? Een onderzoek naar het effect van leerling-, lesgroep-, leerkracht- en schoolkenmerken op de prestaties voor wiskunde in het secundair onderwijs*. Leuven: Acco.
- Schraw, G.J., & Olafson, L.J. (2008). Assessing Teachers' Epistemological and Ontological Worldviews, in: Kline, M.S. (ed.), *Knowing, Knowledge and Beliefs: Epistemological Studies across Diverse Cultures*, pp. 25-44, New York: Springer

Steekkaart van het 6E-model voor constructivistische instructie

<i>Beschrijving leerstap</i>	<i>Acties van de leraar</i>	<i>Acties van de leerlingen</i>
E1 Evalueren van de begincompetenties		
Tijdens deze leerstap worden de leerlingen voorbereid op het leerproces.	<ul style="list-style-type: none"> • De leraar evalueert relevante voorkennis, vaardigheden en attitudes. • De leraar herhaalt waar nodig. 	<ul style="list-style-type: none"> • De leerlingen rakelen begrippen, concepten en eigenschappen op, die tijdens deze les nuttig zijn.
E2 Engageren		
Tijdens deze leerstap wordt de interesse en het engagement van de leerlingen opgewekt.	<ul style="list-style-type: none"> • De leraar kadert het onderwerp in een realistische of vakoverschrijdende context. • De leraar engageert de leerlingen met een uitdagende probleemstelling of een boeiend instaprobleem. • De leraar kadert het onderwerp binnen een groter leerstofgeheel of een historische context. • De leraar geeft een boeiende demonstratie. 	<ul style="list-style-type: none"> • De leerlingen ontdekken een motivatie voor de leerinhouden van deze les.
E3 Exploreren		
Tijdens deze leerstap worden nieuwe begrippen, concepten of eigenschappen aan de hand van concrete voorbeelden onderzocht of ontdekt.	<ul style="list-style-type: none"> • De leraar geeft overdacht gekozen voorbeelden en non-voorbeelden. • De leraar verbindt informeel met formeel taalgebruik en introduceert nieuwe terminologie of symbolen. • De leraar streeft concrete en visuele voorstelling na, eventueel in een realistische context. • De leraar stelt vooral gesloten vragen. • De leraar stimuleert coöperatief leren. 	<ul style="list-style-type: none"> • De leerlingen gebruiken eerder verworven kennis en vaardigheden om zelf nieuwe begrippen, concepten of eigenschappen te ontdekken. • De leerlingen classificeren voorbeelden en non-voorbeelden. • De leerlingen ontdekken wetmatigheden of verbanden in de aangereikte voorbeelden. • De leerlingen voeren een positieve interactie.
E4 Empirische kennis toepassen		
Tijdens deze leerstap wordt gecontroleerd of de leerlingen een intuïtieve of empirische contextvrije kennis van de begrippen, concepten of eigenschappen hebben verworven.	<ul style="list-style-type: none"> • De leraar stelt vragen die de leerlingen kunnen oplossen aan de hand van de zopas opgedane intuïtieve ervaringskennis. • De leraar stelt vooral halfopen vragen. 	<ul style="list-style-type: none"> • De leerlingen passen ontdekte wetmatigheden en verbanden intuïtief toe in nieuwe concrete en contextvrije voorbeelden. • De leerlingen geven nieuwe voorbeelden van begrippen of nieuwe toepassingen van eigenschappen.
E5 Expliciteren		
Tijdens deze leerstap wordt van begrippen en concepten een definitie gegeven en worden eigenschappen geformuleerd en bewezen.	<ul style="list-style-type: none"> • De leraar stelt vragen opdat de leerlingen de nieuwe begrippen en concepten kunnen definiëren en nieuwe eigenschappen formuleren en bewijzen. • De leraar stimuleert het gebruik van formele wiskundetaal. 	<ul style="list-style-type: none"> • De leerlingen antwoorden op waaromvragen over concrete voorbeelden en formuleren aldus een definitie of eigenschap in hun eigen woorden. • De leerlingen formuleren de ontdekte wetmatigheden, verbanden en structuren in formele wiskundetaal.
E6 Eindcompetenties consolideren		
Tijdens deze leerstap worden de aangeleerde begrippen, concepten en eigenschappen toegepast. De nieuwe kennis en vaardigheden worden ingeoefend.	<ul style="list-style-type: none"> • De leraar kiest oefeningen en (vakoverschrijdende) toepassingen. • De leraar stelt zich op als coach. • De leraar komt terug op onopgeloste uitdagende probleemstellingen uit de engageerstap E2. • De leraar evalueert de leerwinst. • De leraar stimuleert coöperatief leren. • De leraar differentieert. 	<ul style="list-style-type: none"> • De leerlingen passen de nieuwe begrippen en eigenschappen toe. • De leerlingen brengen het nieuwe onderwerp in verband met andere kennis en vaardigheden. • De leerlingen vertonen zelfredzaamheid en verantwoordelijkheid voor hun eigen leerproces. • De leerlingen evalueren hun eigen leerwinst. • De leerlingen tonen hun leerwinst aan.